

# Índices hidrológico-ambientales en la cuenca del río Querétaro, empleando subconjuntos borrosos

Alfonso Gutiérrez-López <sup>1</sup>, Cesar I. Zarco Hernández <sup>2</sup>, Carlos Chávez <sup>1</sup>, J. J. Trejo-Alonso <sup>1</sup>, Samuel Villarreal <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería, Centro de Investigaciones del Agua, CIAQ Universidad Autónoma de Querétaro

<sup>2</sup> Instituto Politécnico Nacional, IPN

Autor de correspondencia: alfonso.gutierrez@uaq.mx

## Resumen

A lo largo de este trabajo, se presenta una aplicación de la teoría de los subconjuntos borrosos al tema de conservación y sostenibilidad de cuencas, bajo un enfoque de decisión técnico-científica, con ayuda de indicadores de presión del recurso hídrico. En la primera parte, se describe la cuenca del río Querétaro y su entorno hidrológico dentro del contexto estatal. A continuación, se presentan las variables hidroclimatológicas a utilizar, las cuales son: la precipitación, el número de días de lluvia, el número de escurrimiento (que representa el potencial de uso de la tierra, aunado a buenas prácticas de cultivos) y la construcción de un indicador de presión sobre el recurso, construido a partir de considerar las condiciones de sequía del año antecedente. La validación de la metodología se realiza a nivel estatal, mediante el uso de los datos disponibles de 60 estaciones climatológicas. La aplicación específica de la metodología se realiza en la cuenca del río Querétaro, donde se tienen disponibles 22 estaciones climatológicas. Se seleccionó la zona de Juriquilla para aplicar la técnica de subconjuntos borrosos y los resultados de este procedimiento permitieron emitir recomendaciones respecto a las buenas prácticas de conservación y uso del suelo para garantizar la sostenibilidad de la cuenca.

**Palabras clave:** Sostenibilidad de cuencas, proceso lluvia escurrimiento, subconjuntos borrosos.

## Abstract

This paper presents an application of the fuzzy theory in a framework of watershed conservation and sustainability, with a focus on technical and scientific decision, using pressure indicators of water resources. The first part describes the Querétaro River basin and hydrologic environment within the state context. Below are hydroclimatic variables used; such as precipitation, number of rainy days, the number of runoff N (which represents the potential of land use, combined with good farming practices) and the construction of an indicator pressure on the resource, consider constructed from drought conditions precedent year. The validation of the methodology is performed at the state level, using available data from 60 weather stations. The specific application of the methodology is performed in the Querétaro River basin, where they are available 22 weather stations. Area was selected Juriquilla to apply the technique of fuzzy logic and the results of this procedure allowed to issue recommendations on good practices of conservation and land use to ensure sustainability of the basin.

**Key words:** watershed conservation, rainfall-runoff process, fuzzy theory.

## Introducción

Diversos investigadores sustentan que existen perturbaciones en las condiciones climáticas actuales (McCarthy, et al., 2001), las condiciones de nuestro planeta y, por consiguiente, de nuestro entorno ambiental se verán severamente afectadas en los próximos años. Lo anterior incluye desde flora y fauna, hasta condiciones específicas de nuestro medio urbano. Esta condición se ve acelerada por el ritmo de crecimiento de nuestras ciudades; Querétaro, como claro ejemplo de ello, requiere de criterios científicos que permitan a los tomadores de decisiones llevar a cabo planes y programas encaminados a la sostenibilidad del recurso; basados en indicadores de presión sobre el recurso. Mucho de lo que se realiza al respecto, son muchas las instituciones, grupos de investigación, dependencias y recursos que se han destinado a este tema, es suficiente con revisar el documento GEO Perspectivas del Medio Ambiente Urbano de la zona metropolitana de Querétaro publicado en 2008. Este documento es de gran valor y representa la conciencia ciudadana bajo un consenso científico para dimensionar los problemas y proponer soluciones al respecto (GEO, 2008). Sin embargo, poco se dice en este trabajo referente a cómo deben tomarse las decisiones políticas bajo este marco científico-ambiental. Se enumeran y caracterizan indicadores de presión que permiten dar seguimiento a los procesos de degradación ambiental; sin embargo, no se proporciona a las autoridades acciones precisas a realizar. Además, se deja a la buena voluntad la aplicación de estas recomendaciones. Por esta razón, se propone en este trabajo un recurso de modelación matemático-lógica para construir las capacidades institucionales, políticas y de supervisión ciudadana para lograr la sostenibilidad hidrológico-ambiental de la cuenca del río Querétaro. Se seleccionó la teoría de los subconjuntos borrosos por ser una poderosa herramienta matemática utilizada para cuantificar descripciones verbales del comportamiento de un fenómeno estudiado mediante la consideración de formulaciones denominadas “proposiciones borrosas” (lógica difusa). La metodología propone la construcción de tablas de razonamiento lógico que

permiten una comprensión simple del problema, así como de su posible solución. Además, es una herramienta insustituible en problemas en los que se involucra un tipo muy particular de incertidumbre. Una ventaja importante de los modelos borrosos consiste en que hacen predicciones que se basan en información conocida de cierto fenómeno y se puede desarrollar aún con datos históricos escasos. Por todo lo anterior, se pretende en este trabajo dar una herramienta simple que pueda ser utilizada en todos los niveles, desde la ciudadana que requiere ser vigilante de las actividades de sus gobernantes, hasta los legisladores y tomadores de decisiones; para la conservación y sostenibilidad hidrológico-ambiental de una cuenca.

## Método

### *La cuenca del río Querétaro*

El estado de Querétaro abarca porciones de dos regiones hidrológicas. Pánuco (No. 26), situada en el norte, centro y sureste, con una superficie de 8,816.60 km<sup>2</sup> y Lerma-Chapala-Santiago (No. 12), en el oeste y suroeste, con un área de 2,453.10 km<sup>2</sup>. La cuenca del Río Querétaro se extiende por los municipios de Querétaro, Corregidora, El Marqués y Huimilpan, cuenta con una superficie de 2,135 km<sup>2</sup> y representa el 18.14 % del total de la superficie del Estado. El estado de Querétaro tiene una precipitación media de 768 milímetros anuales (1941-2018). Esto representa una lámina por debajo de la media nacional de precipitación (774 mm/año). Respecto a las temperaturas, la media anual del estado es de 18.7 grados centígrados (1980-2017). En la actualidad Querétaro tienen más de 65 estaciones climatológicas operadas por la Comisión Nacional del Agua. La mayoría con registros a partir del año 1960 de precipitación acumulada en 24 horas. La ubicación de estas estaciones se muestra en la Figura 1.

### *Modelo de desagregación de lluvia*

Se propone un modelo de tipo desagregado con el objeto de poder desagregar la lluvia anual, mensual y diaria. Esto quiere decir que un valor de lluvia conocido, por ejemplo, anual, puede ser desagregado a nivel mensual o diario. Esto ocurrirá sólo si se comprueba que los registros de la serie de tiempo

histórica siguen un proceso de Poisson. Si consideramos una variable aleatoria  $y \geq 0$  que sigue una distribución exponencial simple, con parámetro de escala  $\beta$  y de posición igual a cero, su función de densidad puede expresarse como:

$$f(y) = \frac{1}{\beta} e^{-y/\beta} \quad (1)$$

De esta forma la función de densidad de probabilidad de la llamada Ley Poisson-Exponencial para la variable reducida  $U = x/\beta$  estará dada por la expresión siguiente:

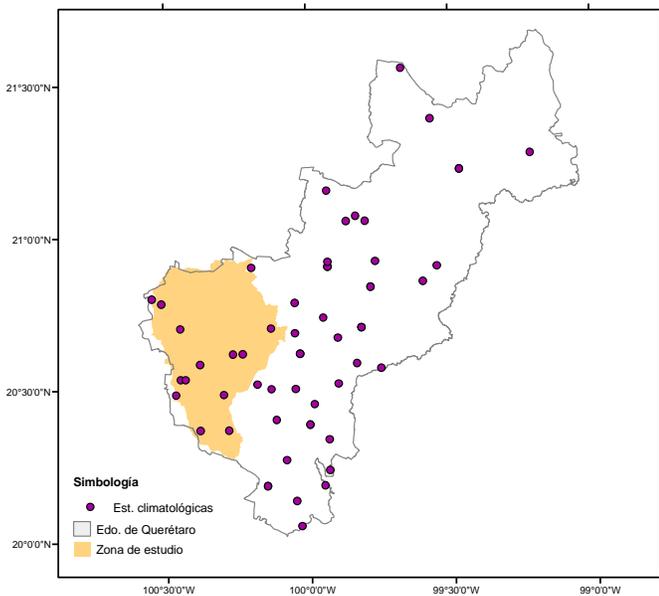
$$f(U) = e^{-\lambda} \lambda e^{-U} \frac{I_1(2\sqrt{\lambda U})}{\sqrt{\lambda U}} \quad (2)$$

donde:

$\lambda$  es el parámetro de forma,  $\lambda > 0$  (número de eventos dentro de un periodo de tiempo T)

$\beta$  es el parámetro de escala,  $\beta > 0$  (lámina media de lluvia por evento)

$I_1$  es la función de Bessel de primer orden



**Figura 1.** Localización de la cuenca del río Querétaro en el entorno estatal y ubicación de las estaciones climatológicas de la Conagua, utilizadas en el estudio. Fuente: elaboración propia.

Las principales hipótesis a considerar, para emplear esta Ley en el análisis del régimen y distribución de

la precipitación son: la lluvia sigue un proceso de ocurrencia sin memoria; es decir, la distribución de probabilidad del intervalo entre el inicio de un día cualquiera y el primer evento observado (día con lluvia), es la misma. La altura de la lámina de lluvia de cada evento sigue una distribución exponencial y el número de eventos (días con lluvia) registrados en una estación de medición en un intervalo t, sigue una distribución de Poisson. Si se considera que en la primera hipótesis el proceso es, además, estacionario, la distribución de la duración entre cada evento, seguirá una ley de distribución exponencial y el intervalo de tiempo T del número de eventos  $\lambda$  sigue una Ley de Poisson.

#### *La teoría de los conjuntos borrosos*

Los procesos del ciclo hidrológico son todos procesos multivariados y estocásticos. La complejidad al tratar de estudiar y explicar este tipo de fenómenos en toda su extensión, es un reto en el campo de la incertidumbre y ambigüedad (Freeman, et. al., 1991). El ser humano ha tenido que desarrollarse en medio de este tipo de fenómenos durante todo el transcurso de su historia, aún así, las computadoras diseñadas por él no son capaces de manejar la complejidad y ambigüedad (Fu, 1994). En este sentido, según Sekuler (1994), cuando razonamos acerca de un sistema complejo, se realiza una aproximación de su comportamiento, y mantenemos un entendimiento general acerca del problema. En consecuencia, dicho autor propone que esta generalización con todo y ambigüedad, es suficiente para que comprendamos los sistemas complejos para aplicarlos a determinados conjuntos difusos, comúnmente denominados conjuntos borrosos. Sin embargo, según los estudios propuestos por Chin-Teng y Lee (1995) la complejidad de un sistema decrece conforme aprendemos más acerca de él, lo cual incrementa al mismo tiempo la comprensión del mismo. Esta afirmación resulta cierta al analizar que al decrecer la complejidad se obtiene una mayor precisión en el modelado de un determinado sistema. La teoría difusa, se considera como una herramienta importante para poder controlar procesos industriales, así como para la electrónica de entretenimiento y hogar, aunque también se utiliza en sistemas de diagnóstico y otros sistemas expertos.

La teoría de los subconjuntos borrosos se emplea para cuantificar descripciones verbales del comportamiento del fenómeno estudiado a partir de proposiciones borrosas. Además, es una herramienta insustituible en problemas en los que se involucra un tipo muy particular de incertidumbre. Los modelos borrosos hacen predicciones que se basan en información conocida de cierto fenómeno y se puede desarrollar aún con datos históricos escasos. Las ecuaciones que se presentan a continuación corresponden a las entradas y salidas de un modelo triangular. Para poder elaborar las tablas del conocimiento, primero se tiene que obtener el mínimo y el máximo valor de todas las estaciones que se van a calcular de cada una de las variables para, posteriormente, ver el rango que se va a establecer, los valores izquierda, centro y derecha son propuestos por uno mismo, en dependencia del rango que se estableció.

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 0 & \\ \frac{X-X_i}{X_c-X_i} & X < X_i \\ \frac{X_d-X}{X_d-X_c} & \\ 0 & \end{cases} \quad (3)$$

$$Z_p = Z_i + \frac{Z_1A_1+Z_2A_2+Z_3A_3+Z_4A_4}{A_1+A_2+A_3+A_4} \quad (4)$$

$$\mu_p(Z) = \frac{(\frac{1}{3}\alpha)(A_1+A_4)+(\frac{1}{2}\alpha)(A_2+A_3)}{A_1+A_2+A_3+A_4} \quad (5)$$

$$Z_1 = \frac{1}{2}[\alpha(Z_c - Z_i)] \quad (6)$$

$$Z_2 = \alpha(Z_c - Z_i) + \frac{1}{2}(1 - \alpha)(Z_c - Z_i) \quad (7)$$

$$Z_3 = (Z_c - Z_i) + \frac{1}{2}[(1 - \alpha)(Z_d - Z_c)] \quad (8)$$

$$Z_4 = (Z_c - Z_i) + [(1 - \alpha)(Z_d - Z_c)] + \frac{\alpha}{3}(Z_d - Z_c) \quad (9)$$

$$A_1 = \frac{\alpha^2}{2}(Z_c - Z_i) \quad (10)$$

$$A_2 = \alpha(1 - \alpha)(Z_c - Z_i) \quad (11)$$

$$A_3 = \alpha(1 - \alpha)(Z_d - Z_c) \quad (12)$$

$$A_4 = \frac{\alpha^2}{2}(Z_d - Z_c) \quad (13)$$

$$C' = \mu_A(X) \cap \mu_B(Y) = \text{Min}\{\mu_A(X), \mu_B(Y)\} \quad (14)$$

$$C' = \mu_A(X) \cup \mu_B(Y) = \text{Max}\{\mu_A(X), \mu_B(Y)\} \quad (15)$$

## Resultados

### Aplicación a la cuenca del río Querétaro

El principal elemento para caracterizar la cuenca fue la precipitación, pues es una de las variables más fácil de medir y que representa un indicador básico de condición de exceso o escasez. La tormenta promedio anual máxima obtenida para la ciudad de Querétaro fue de 42 mm/h y se aplicó al área de estudio en consideración a la disipación de la tormenta en su paso por la ciudad de sur a norte. Esto se realizó en forma simplificada, pues se dividió la zona urbana en dos secciones, la primera parte que corresponde a la superficie de la zona urbana hacia abajo del Río Querétaro y la segunda parte comprende el área hacia arriba del mismo río. Se emplearon los factores de ajuste de intensidad de 1 y 0.5 correspondientes a la zona sur y a la zona norte respectivamente. A su vez, estas grandes áreas fueron asociadas a los polígonos de Thiessen para cada estación climatológica contenida en el área de estudio (ver Figura 2). Un aspecto complementario que fue tomado en cuenta fue el área de la cuenca, especialmente porque se trata de una cuenca urbana, por lo que las áreas de las calles y las banquetas debe ser consideradas. Así, el área para los cálculos se estimó como el 40 % del área total de aportación de cada estación climatológica. Otra característica importante es considerar la respuesta de la cuenca a la precipitación, caracterizada por el valor del escurrimiento superficial. De ese modo, se propone estimar los coeficientes de escurrimiento C a partir de los números de escurrimiento propuestos por el Servicio de Conservación de Suelos de los Estados Unidos. Este método relaciona la vegetación y el tipo de suelo

mediante el coeficiente adimensional N, así como la precipitación total y la precipitación efectiva. El valor del número N, es seleccionado a partir del tipo de suelo o condición del suelo que se esté estudiando o prevalezca en la zona (ver Figura 3). La expresión del método es la siguiente:

$$hp_e = \frac{\left[ hp - \frac{508}{N} + 5.08 \right]^2}{hp + \frac{2032}{N} - 20.32} \quad (16)$$

donde:

- hp precipitación total, en cm.
- hpe precipitación en exceso para el tiempo de concentración, en cm
- N Número de escurrimiento (vegetación y tipo de suelo)

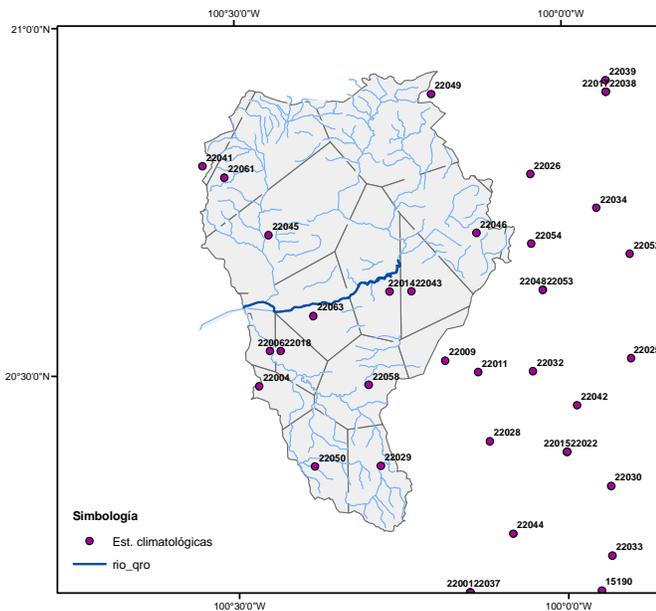


Figura 2. División de la zona de estudio por polígonos de Thiessen. Fuente: elaboración propia.

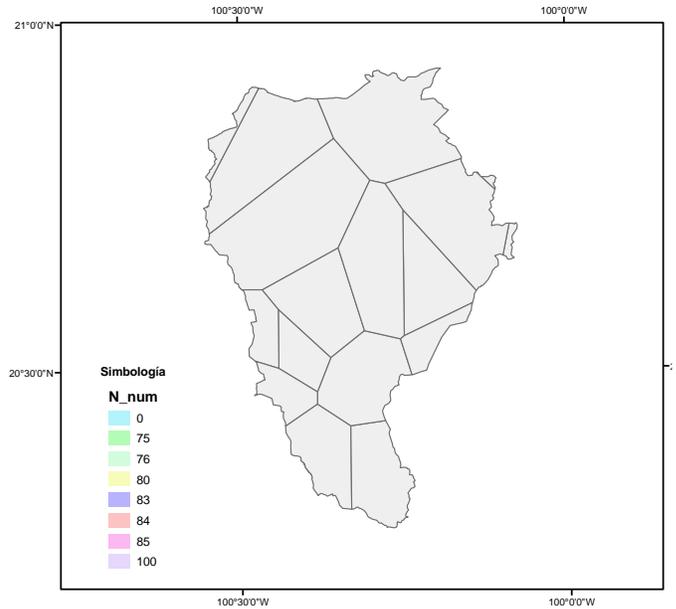


Figura 3. Superposición de números N con las áreas de influencia de medición de precipitación. Fuente: elaboración propia.

La Figura 3 muestra la superposición de los números N, con las áreas de influencia en donde se mide la precipitación.

Otra característica utilizada es la precipitación mensual de una cuenca, calculada como la lámina de precipitación acumulada en el mes de análisis. Esta característica está estrechamente ligada con el número de días de lluvia propuesto en el modelo de desagregación. El tipo de suelo o cultivo estará caracterizado por número N.

Además, es importante considerar la humedad antecedente de una región. Para ellos se propone utilizar los datos del mes más lluvioso del año y el potencial de escurrimiento del mes más seco. Esto es, caracterizar con un indicador, que considere datos mensuales, el mes de abundancia y el mes de mayor escasez, ponderando este último con su potencial hidrológico a generar escurrimientos. Así se propone lo siguiente:

$$I_z = \frac{Hp_m}{N} \times 10 \quad (17)$$

donde:

- I<sub>z</sub> índice de potencial escurrimiento del mes más seco del año

$H_{p_m}$  Lluvia mensual del mes más lluvioso  
 N Número de escurrimiento (vegetación y tipo de suelo)

De esta forma, se obtuvieron los valores de estos parámetros para cada una de las zonas de influencia de la cuenca del río Querétaro. En resumen, se estimaron las siguientes variables:

- Las láminas de precipitaciones mensuales
- El número de (mineros.com.co) días de lluvia (anual, mensual y diario)
- La humedad antecedente (lámina de mensual del mes más lluvioso)
- El tipo de suelo o cultivo; permitiendo esto obtener los valores de N
- Los números de escurrimientos N
- Índice de potencial escurrimiento del mes más seco del año

Con estos valores se procede ahora a formar subconjuntos borrosos y una tabla de decisiones lógicas que permita preservar los valores del número N, es decir, preservar las condiciones de sostenibilidad hidrológico-ambiental de la región.

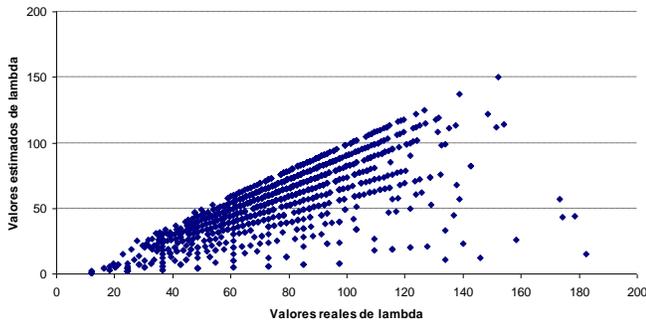
#### *Validación del modelo de desagregación*

Se utilizaron las series históricas de las 58 estaciones climatológicas dentro del estado de Querétaro y se estimaron los parámetros de la Ley Poisson-Exponencial. Como se mencionó anteriormente, el parámetro  $\beta$  ofrece una ventaja adicional, ya que con éste puede deducirse la distribución de la lluvia considerando diferentes intervalos de tiempo. De esta forma, los parámetros  $\lambda^*$  y  $\beta^*$  deducidos en forma simplificada, pueden estimarse directamente multiplicando por el intervalo de tiempo deseado. Es decir, los parámetros tienen un significado físico específico y pueden ser utilizados para diferentes valores de T. De esta forma, se tiene que el parámetro  $\beta$  permanece constante a lo largo del tiempo T y el parámetro de escala  $\lambda$  puede calcularse para cualquier duración T esto es:  $\beta^* = \beta$  ;  $\lambda^*_T = k\lambda_T$  Se aceptará que existe no estacionalidad en el caso de

que el valor de  $\lambda$  tenga una variación mayor al 20 % entre el valor máximo y mínimo dentro del periodo considerado. Esto quiere decir que se considerará como un proceso estacionario, mientras se mantenga constante durante el 80 % del periodo. En caso contrario, el parámetro de escala debe estimarse

como:  $\lambda^*_T = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{\lambda}(t) dt$  A manera de ejemplo, a

continuación se muestran los resultados para la estación Presa Centenario, con clave 22025, que tiene un registro histórico de 1951 a 2001. Cuando se dispone de datos de lluvia diaria, es recomendable escoger T igual a un día. Los parámetros estimados de la lluvia diaria, fueron:  $\hat{\lambda} = 0.178$  y  $\hat{\beta} = 7.42$  de ellos se pueden deducir los valores, por ejemplo, para un intervalo de 30 días. Esto es:  $\lambda^* = 0.178 \times 30 = 5.34$  y  $\beta^* = 7.42$ . Mientras que los valores “reales medidos” de los parámetros para el intervalo de 30 días son:  $\hat{\lambda} = 5.42$ ;  $\hat{\beta} = 7.65$ , valores que resultan muy similares. De la misma forma, se pueden estimar los parámetros para la duración T deseada o de manera inversa. Lo cual quiere decir que si se prueba que la serie de datos histórica de la estación cumple con esta propiedad aditiva; entonces se puede realizar el proceso inverso. Así, la lluvia anual registrada en la estación Presa Centenario, por ejemplo, para 1967 fue de 65 milímetros.  $\lambda^* = 65/365 = 0.178$ , mientras que el valor real de la lluvia de un día de 1967 fue de 0.181 milímetros. De esta forma, se valida el modelo Poissoniano propuesto. Adicionalmente, se seleccionan las estaciones que sí cumplen con esta propiedad aditiva. Si se grafican los resultados para todas las estaciones de sus valores reales contra los calculados, se tiene una representación (Figura 4) como la que se muestra a continuación. Una línea a 45 grados representa la validación total del modelo, mientras que la dispersión significa la no aplicabilidad del modelo. De esta forma, se seleccionaron las estaciones que cumplen con esta propiedad aditiva; fueron sólo siete estaciones, con las que se trabajó en la presente investigación.



**Figura 4.** Resultados de validación del modelo de desagregación de lluvia. Fuente: elaboración propia.

### Construcción de conjuntos borrosos

Cada una de las variables definidas anteriormente, se presenta en forma de tablas jerárquicas con intervalos arbitrarios agregando a cada subconjunto borroso una breve descripción. Así, por ejemplo, para la precipitación más abundante históricamente en la cuenca del río Querétaro en la zona de Juriquilla se presenta en el mes de agosto con un valor histórico de 107 mm acumulados. Por otro lado, la precipitación más abundante para este mismo mes, pero para toda la cuenca del río Querétaro es de 205 mm registrados en la estación 22016 (San Joaquín, Mineral). De esta forma, se crean los subconjuntos que se muestran en la Tabla 1.

Hp Agosto				
Subconjunto	Descripción	Izquierda	Centro	Derecha
MP	Muy pequeña	0	33	67
P	Pequeña	33	67	100
M	Media	67	100	134
G	Grande	100	134	167
MG	Muy grande	134	167	205

**Tabla 1.** Subconjuntos borrosos para la variable de máxima precipitación mensual. Fuente: elaboración propia.

De igual forma, se realizaron los demás subconjuntos para las variables mencionadas. Los resultados se presentan en las tablas 2, 3 y 4.

Índice de potencial escurrimiento				
Subconjunto	Descripción	Izquierda	Centro	Derecha
MP	Muy pequeña	0	0	0.1
P	Pequeña	0.1	0.3	0.5
M	Media	0.4	0.4	1.6
G	Grande	1.3	1.6	2

**Tabla 2.** Subconjuntos borrosos para el índice de potencial escurrimiento Fuente: elaboración propia.

Días de lluvia (lambda)				
Subconjunto	Descripción	Izquierda	Centro	Derecha
MP	Muy pequeña	0	0.05	0.1
P	Pequeña	0.1	0.3	0.5
M	Media	0.4	0.4	0.9
G	Grande	0.9	0.9	1

**Tabla 3.** Subconjuntos borrosos para la variable días de lluvia Fuente: elaboración propia.

Número N				
Subconjunto	Descripción	Izquierda	Centro	Derecha
MP	Muy pequeña	6	6	17
P	Pequeña	4.5	13	45
M	Media	31	42	65
G	Grande	50	56	84
MG	Muy grande	78	83	120

**Tabla 4.** Subconjuntos borrosos para la variable de máxima precipitación mensual Fuente: elaboración propia.

### Validación del modelo

Una vez que se tienen los subconjuntos borrosos, se procede a establecer el valor de cada una de las variables de entrada ubicarla en las tablas ya elaboradas dependiendo al subconjunto que pertenecen, si el valor pertenece a dos subconjuntos, se tomarán en cuenta los dos. Así, por se toman las variables para una cuenca al azar para validar la efectividad del método; utilizando datos de un punto conocido en donde podamos identificar su uso de suelo, sus condiciones hidrológicas etc.

Por ejemplo, la zona del Salitre en Cadereyta en donde se tiene una precipitación media mensual para

el mes de agosto de 18.43 mm, un índice de potencial escurrimiento de 0.5489 y un valor de lambda de 0.4917 (esto quiere decir que en un día de agosto en promedio llueve 0.49 del día; es decir una lluvia por cada dos días). Lo anterior se presenta en la Tabla 5 en donde se indica a que subconjunto borroso pertenece.

Ya que se ubicó a qué subconjunto pertenecen los valores de las variables de entrada se tomaran los valores de izquierda, derecha y centro para así sustituirlos en la función de membrecía (ecuaciones tres a 15), se aplicará también la ecuación según cumpla la condición los valores.

$X$ = El valor de la variable de entrada  $H_p$  agosto, índice o Lambda

$X_i$ =El valor del subconjunto que pertenece a la tabla (izquierda)

$X_c$ =El valor del subconjunto que pertenece a la tabla (centro)

$X_d$ =El valor del subconjunto que pertenece a la tabla (derecha)

Para 18.4309 mm, se tiene  $X_i=0$ ;  $X_c=33$ ;  $X_d=67$

Una vez efectuados los cálculos, se tiene que:  $H_p$  agosto= 0.5585 índice= 0.8569 Lambda= 0.04 con Mínimo=0.04 y Máximo=0.8569

Hp Agosto				
Subconjunto	Descripción	Izquierda	Centro	Derecha
MP	Muy pequeña	0	33	67

Índice				
Subconjunto	Descripción	Izquierda	Centro	Derecha
M	Media	0.4	0.4	1.6

Lambda				
Subconjunto	Descripción	Izquierda	Centro	Derecha
P	Pequeña	0.1	0.3	0.5

**Tabla 5.** Subconjuntos borrosos de pertenencia ( Fuente: Fuente: elaboración propia..)

Con estos resultados, se tiene el valor del parámetro  $\alpha$  (alfa en las ecuaciones para la sustitución). Si es de tipo conjuntivo (se une, pertenece a dos subconjuntos), se utilizará el mínimo con la expresión

(14) del formulario. Si es de tipo disyuntivo (se separa, pertenece a un subconjuntos) se utilizará el máximo con la expresión (15).

A continuación, veremos el valor del número de escurrimiento  $N$  y de igual manera lo ubicaremos en un subconjunto para adquirir los valores de izquierda, centro y derecha, de igual manera si pertenece a dos subconjuntos se tomaran en cuenta los dos (ver Tabla 6). Si no se tiene el valor final de  $N$  se utilizara la base del conocimiento para predecir a qué subconjuntos pertenece; tal y como se muestra a continuación

Hp agosto	Índice			
	MP	P	M	G
MG	MG	G	M	M
G	G	M	M	P
M	M	M	P	P
P	M	P	P	MP
MP	P	P	MP	MP

Hp agosto	Lambda			
	MP	P	M	G
MG	MG	G	M	M
G	G	M	M	P
M	M	M	P	P
P	M	P	P	MP
MP	P	P	MP	MP

**Tabla 6.** Base del conocimiento para  $H_p$  agosto, índice y lambda (Elaboración propia).

A continuación, ubicamos un valor conocido de  $N$  para esta zona, por ejemplo, de  $N=9$  para el caso de pastos con un suelo de potencial de escurrimiento bajo, como es el caso del Salitre (ver Tabla 7). Así se tiene que:

Número de escurrimiento N				
Subconjunto	Descripción	Izquierda	Centro	Derecha
MP	Muy pequeña	0	0	17
P	Pequeña	4.5	13	45

**Tabla 7.** Subconjunto de selección para los números de escurrimiento. Fuente: elaboración propia.

Una vez ya ubicado el subconjunto al que pertenece, se pasan a la sustitución de las ecuaciones de formulario (cuatro a 13) obteniendo como resultado.

$Z_i$ =El valor del subconjunto que pertenece a la tabla (izquierda)

$Z_c$ =El valor del subconjunto que pertenece a la tabla (centro)

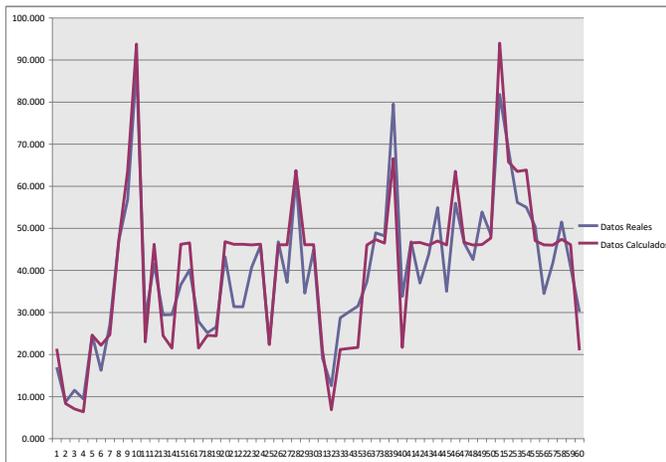
$Z_d$ =El valor del subconjunto que pertenece a la tabla (derecha)

**Mínimo**=0.04 (Será el valor de  $\alpha$  en las ecuaciones)  
 Como el valor del número N pertenece a dos subconjuntos se tendrán que hacer cálculos con los valores de cada subconjunto y  $\alpha$ .

$$Z_i=0, Z_c=0, Z_d=17 \quad Z_i=4.5, Z_c=13, Z_d=45$$

$$\alpha =0.04 \quad \alpha =0.04$$

Con cada uno de los valores que se dieron anteriormente para Z y alfa se calcula el valor del número N y una vez obtenidos los resultados se escogerá el valor que más se acerque al valor conocido; esto es.  $N=8.3312$  y  $N=20.97$ . Al comparar estos valores con el valor propuesto en campo de 9; se selecciona el valor de 8.33. La figura 5 muestra los resultados de aplicar esta metodología a cada una de las estaciones de la cuenca del río Querétaro (según valores de N, tomados del GEO)



**Figura 5.** Resultados de la aplicación de los subconjuntos borrosos a las estaciones de la cuenca del río Querétaro. Fuente: elaboración propia.

*Construcción de la tabla de decisiones*

La aplicación sistemática de esta metodología crea lo que se llama una tabla de decisiones con base en proposiciones lógicas (ver las tablas 8 y 9) lo cual se muestra a continuación. Esta es la herramienta propuesta en el estudio que permite obtener soluciones precisas a problemas resueltos con proposiciones lógicas. Por ejemplo, si se conoce el número de días de lluvia sobre una región, en este caso Juriquilla, es pequeña actualmente, pero se tuvo una lluvia en agosto del año anterior grande; la base del conocimiento me indica que el valor del número N será medio. Esto quiere decir que estará ubicado en un rango entre 31 y 65 según se muestra en la Tabla 4 y, por consiguiente, si se trata de un suelo tipo B con capacidades de infiltración moderadas, de una tabla de Números N de escurrimiento, por ejemplo, según SCS. Se seleccionan las prácticas sugeridas para mantener la sostenibilidad de la cuenca. Esto es, por ejemplo, conservar bosques, pastos y praderas; sin embargo, no podrían construirse caminos, ya que sus valores de N para el suelo tipo B oscilan entre 82 y 84. De forma similar, se pueden tomar decisiones conociendo el Índice de potencial escurrimiento, utilizando la tabla 8.

Hp Agosto	Lambda			
	MP	P	M	G
MG	MG	G	M	M
G	G	M	M	P
M	M	M	P	P
P	M	P	P	MP
MP	P	P	MP	MP

**Tabla 8.** Base del conocimiento para Lambda. Fuente: elaboración propia.

Hp Agosto	Índice			
	MP	P	M	G
MG	MG	G	M	M
G	G	M	M	P
M	M	M	P	P
P	M	P	P	MP
MP	P	P	MP	MP

**Tabla 9.** Base del conocimiento para el Índice de potencial escurrimiento. eFuente: elaboración propia..

## Discusión y conclusiones

La comparación de resultados obtenidos tradicionalmente junto a los estimados a través de subconjuntos borrosos, muestra diferencias máximas de 3.6 en lo que se refiere a los valores de N, calculados y los presentados en el GEO; lo que representa una diferencia aceptable para este fenómeno tan importante. Se demuestra que esta teoría es aplicable a variables hidroclimatológicas; a pesar de estar basada en proposiciones lógicas y cálculos matemáticos simples. También, fue posible observar en la Figura 5 que la validación del modelo es muy buena y añade confiabilidad al trabajo.

Uno de los resultados más importantes es, sin duda, la aplicación de las tablas del conocimiento, las cuales permiten tomar decisiones precisas, convertidas éstas en acciones directas en lo que se refiere a la intervención en el medio ambiente; tal como se muestra en el ejemplo para la zona de Juriquilla.

## Referencias

Chin-Teng Lin y C.S. George Lee (1995). *Neural Fuzzy Systems*. Prentice Hall.

Freeman, James, A. Skapura, David M. (1991). *Redes Neuronales, Algoritmos, Aplicaciones y Técnicas de Programación*. Addison Wesley de Santos.

Fu, LiMin. (1994) .*Neural Networks in Computer Intelligence*. Mc Graw-Hill.

GEO (2008), *Perspectivas del medio ambiente urbano en la zona metropolitana de Querétaro*. PNUMA, SEDESU, CONCYTEQ: Querétaro, México, 155 pp.

McCarthy, J., Canziani, O., Leary, N., Dokken, D., White, K. (2001). *Climate Change 2001: Impacts, Adaptation, and Vulnerability*. Cambridge University Press, Cambridge, UK

Sekuler, Robert Blake, (1994) Randolph. Perception. Mc Graw-Hill..